Corso di fisica II

Prova scritta del secondo modulo del 29/01/08

Esercizio 1

Per risolvere questo problema possiamo considerare il sistema come composto da due condensatori in serie: uno di altezza fissa completamente riempito di dielettrico e l'altro di altezza variabile e in vuoto.
In questo modo la capacità del condensatore risulta:

$$C = \left[\frac{1}{C_V} + \frac{1}{C_D}\right]^{-1} = \left[\frac{1}{x-h\big/\varepsilon_0 S} + \frac{1}{h\big/\varepsilon_0\varepsilon_r S}\right]^{-1} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{h + \varepsilon_r (x-h)}$$

In questo caso il generatore rimane collegato al variare della distanza, quindi il potenziale rimane fissato e il generatore è in grado di ricevere o cedere energia al sistema.
La forza totale è la somma della forza elettrostatica e della forza di gravità.
Possiamo esprimere la forza elettrostatica come la derivata dell'energia, calcolata come differenza tra l'energia elettrostatica immagazzinata e il lavoro necessario per muovere il condensatore

$$F_{ES} = -\frac{d}{dx}(W_{ES} - L_{COND}) = -\frac{d}{dx}\left(\frac{CV^2}{2} - CV^2\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{CV^2}{2}\right) = -\frac{1}{2}\frac{V^2\varepsilon_0\varepsilon_r S}{[h + (x-h)\varepsilon_r]^2}$$

La forza è diretta lungo la verticale ed è positiva se h, la distanza tra le armature, diminuisce: quindi è diretta verso l'alto per l'armatura inferiore.
La forza di gravità agisce nel verso opposto: uguagliando i moduli delle forze e risolvendo rispetto ad h otteniamo la posizione di equilibrio:

$$F_{ES} = F_g \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{V^2\varepsilon_0\varepsilon_r S}{[h + (x-h)\varepsilon_r]^2} = mg \Rightarrow x = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} h + \sqrt{\frac{\varepsilon_0 V^2 S}{2mg}} = 2.7mm$$

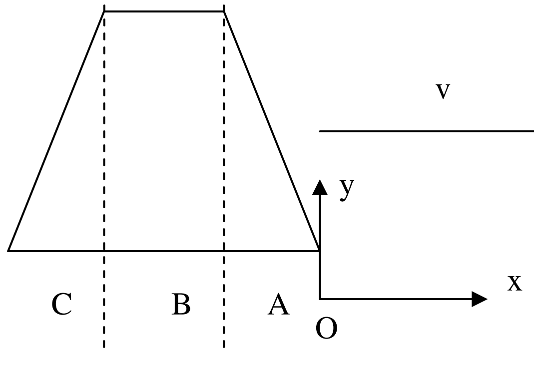
Per trovare la carica di polarizzazione dobbiamo conoscere il campo elettrico agente sulla lastra di dielettrico: possiamo esprimerlo in funzione della d.d.p:

$$V = \varepsilon_r E_0 (x-h) + E_0 h$$

Allora la densità di carica risulta

$$\sigma_P = \pm\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E_0 = \pm\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)V}{h + \varepsilon_r(x-h)} = 3.6\cdot 10^{-6}\, C/m^2$$

Esercizio 2



Consideriamo la divisione della spira proposta nel disegno.

Il flusso magnetico quando la parte A $x < \frac{a-b}{2}$ attraversa il piano di separazione tra la regione senza e quella con campo magnetico vale

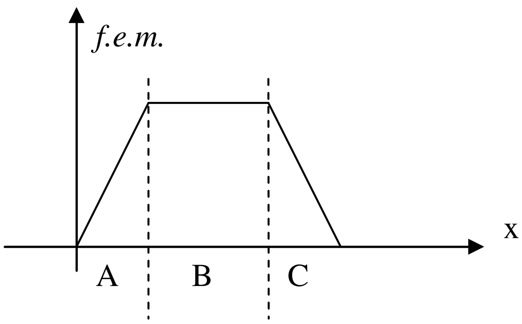
$$\Phi_A(B) = \frac{1}{2}\frac{hx}{(a-b)/2}B \cdot x \Rightarrow f.e.m = \frac{d}{dt}\Phi_A(B) = 2\frac{hx}{a-b}B \cdot v$$

Per la parte B, $\frac{a-b}{2} < x < \frac{a+b}{2}$:

$$\Phi_B(B) = B \cdot \left[\left(x - \frac{a-b}{2}\right)h + S_a\right] \Rightarrow f.e.m = \frac{d}{dt}\Phi_B(B) = B \cdot vh$$

Per la parte C, $\frac{a+b}{2} < x < a$

$$\Phi_C(B) = \left\{\frac{1}{2}\left[h - \frac{2h}{a-b}\left(x - \frac{a+b}{2}\right)\right] \cdot \left(x - \frac{a+b}{2}\right) + S_{AB}\right\}B \Rightarrow f.e.m = \left[h - \frac{2h}{a-b}\left(x - \frac{a+b}{2}\right)\right]vB$$



Il massimo della f.e.m. si ha nella regione B con un valore di *11.25mV*. In tale regione si ha anche la massima potenza dissipata per effetto Joule: $P = f.e.m^2/R$

Tale regime viene raggiunto quando $x = \frac{a-b}{2} \Rightarrow t = \frac{x}{v} = 0.06s$